

LA CONSTRUCCIÓN DE UN PUZZLE: INSUMOS Y SALIDAS

JOSÉ VILLACÍS GONZÁLEZ

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo consiste en el análisis macroeconómico de la construcción de un puzzle en donde entran los insumos, que son las piezas y las salidas, en la evolución hasta el sentido final del conjunto. Las piezas que entran son exactamente igual a las que salen y estas salidas implican la realidad del puzzle. La realidad del puzzle no es otra cosa que una ordenación específica de las piezas en el contexto de una realidad final, y esa ordenación no tiene porque ser lineal, sino espacial cualquiera que sea el sentido de la espacialidad. Por lo tanto construir un puzzle implica las tareas de enumerar las piezas, enumerar todas las combinaciones posibles, y de ellas elegir la que tenga sentido.

2. LA CONTABILIDAD, LA COMBINACIÓN Y LA DESTRUCCIÓN

Este es un trabajo de microeconomía, concretamente del análisis de la producción donde intervienen los factores de producción que desaparecen o se destruyen en la producción para la elaboración de la producción final. El acto de desaparecer quiere decir que el trozo carece de entidad propia en el monto en que se coloca en la *estructura* del paisaje general. La producción final, por otra parte, está formada por realidades parciales que evolucionan y crecen desde paisajes parciales a paisajes totales.

La primera tarea a realizar en la construcción consiste en la doble contabilidad: primero la enumeración de todas las piezas necesarias para dicha construcción. En segundo lugar la contabilidad de todas las formas en que se puedan combinar las piezas tengan o no sentidos aunque si sean encajables. De esta fase última se encarga la teoría combinatoria. Las piezas que entran en esa construcción tienen un precio o mejor un coste que refleja la evolución de la producción en el tiempo. Sabemos que habrá una producción total, una media y una marginal y derivadamente unos costes totales, medios y marginales. Esta parcela analítica es de enorme importancia porque de la propia naturaleza del puzzle surge un nivel de velocidad en la construcción.

La forma de las piezas determina la evolución de la producción. Suponemos que la irregularidad no es excesivamente extravagante e incluso se acerca a los cuadrados regulares que es una forma muy simple de armonizar en este tipo de juegos

3. LA COMBINACIÓN

La forma en que se combinan los factores, en este caso las piezas, implica una función de producción específica. Es fácil suponer que a medida que evoluciona un puzzle aumenta la velocidad o se acelera su construcción. Este puzzle final bien puede ser un juego de letras, un crucigrama, las piezas de cartón de un paisaje, el motor de un avión, un barco o la construcción de una casa. Un enfoque interesante consiste en trabajar con módulos o construcciones parciales. Podemos decir que la estructura interna metálica de un edificio, el montaje del motor, o de las ruedas, la construcción de los cohetes en un vehículo espacial son módulos parciales. Queremos decir que poseen cierto sentido en si mismos, y que son susceptibles de montaje dentro de otra estructura.

Un interesante punto de vista consiste en trabajar como un caso de juego pasivo, al contrario de los juegos donde actúan dinámicamente dos más jugadores. En este caso no hay un resultado de suma cero, sino un sentido positivo, y no se produce, como en casi todos los juegos, información asimétrica. Al contrario, la información sobre el número de las piezas y su significado individual es total. Nada se oculta y siempre, si se insiste, sale un ganador, el que trabaja, y una ganancia: la construcción del puzzle.

4. COMBINACIÓN Y CONTABILIDAD

El puzzle es una combinación específica dentro de un conjunto de combinaciones posibles y no posibles. Dado unas piezas podemos considerar casos límite y no siempre posibles, donde se puedan combinar las piezas y se pueda formar un conjunto amoldable o colocable que carezca de sentido. Desde un punto de vista estrictamente matemático y no espacial ni tampoco funcional, es posible calcular el número de combinaciones posibles con n elementos. Suponiendo este tipo de combinaciones debemos calcular un caso en que entran todos los elementos de un conjunto A formado por n elementos, en este caso piezas del puzzle, de todas las formas posibles sin que ninguna se repita. A este tipo especial de casos se le llama permutaciones ordinarias, y es el mejor porque se acerca mucho, aunque no totalmente, al caso que tratamos: existen todas las piezas, nada más que las piezas y ninguna de las piezas se repite. Es un juego pasivo, donde solamente hay un jugador, no es un juego de suma cero, la información es simétrica, se juega con todas las piezas.

Debemos contar todas combinaciones posibles de acuerdo con los criterios que tratamos que son las permutaciones ordinarias. El número de combinaciones se mide por la siguiente fórmula:

$$P_n = n!$$

Así, si hubiera 20 fichas y fueran posibles de colocar, la fórmula que permite calcular desde un punto de vista matemático todas las colocaciones sería:

$$20! = 20.19.18.17.....2.1$$

Es ente punto donde debemos aclarar los ejemplos. Esta ecuación no es real y por tanto no siempre es posible. En el caso de un puzzle normal, del motor de un coche, solamente hay una combinación posible. Es muy difícil que incluso dos piezas no correspondientes se puedan acomodar lógicamente en otros lugares o en otras funciones.

La fórmula $n!$ sirve solamente para calcular los esfuerzos teóricos necesarios que habría que hacer, y por tanto ahorrar, para su construcción. Insistimos que habrá solamente una línea de producción y que existen otras combinaciones (permutaciones) posibles de calcular matemáticamente pero que carecen de sentido operacional.

5. AZAR Y NECESIDAD

Una pregunta interesante que podríamos hacer es la siguiente: ¿qué es más eficaz: o sea que genera mayor producción dado unos factores y por tanto menos coste: ¿Jugar al azar en la teoría del puzzle o razonar? Concluiremos que siempre será más barato razonar. Para llegar a esta conclusión es necesario comprender a qué llamamos coste y a qué llamamos producción.

Llamamos coste a la unidad de energía arbitraria necesaria para mover una pieza. A su vez, habría que detenerse a analizar que comprende esa unidad de energía. Implica en una proporción menor el desplazamiento físico de la pieza y en mucha mayor proporción el cálculo, el razonamiento y la intuición necesaria para saber donde se coloca. Una frontera lejana no muy precisa para determinar el coste remoto vendría medida por $n!$ unidades de energía.

El azar vendría medido por el cálculo de probabilidades en el cual, el resultado es la unidad (colocada en el numerador) y el coste total menos, uno en el denominador. Se colocan en una urna un papel por cada ficha, y por tanto la totalidad de todas las piezas se medirá por n . Aleatoriamente se van extrayendo las papeletas, y después si coincide, se colocan en el puzzle. La cuestión se complicaría y se haría mucho más difícil si a cada ficha que no coincida se vuelva a colocar en la urna.

Sea cualquiera que sea el caso, siempre será mas barato construir racionalmente el puzzle que construirlo aleatoriamente.

6. LA ESCALERA DE LAS PRODUCTIVIDADES MARGINALES

El movimiento de una pieza, por ejemplo, la 3, armoniza y va completando desde sus inicios al puzzle. Esa operación favorece la eficacia de otras piezas porque implica una mayor rapidez en esas otras piezas. Esta es una información endógena que se trae al juego, lo que indica que mejora la eficacia. Si se coloca adecuadamente la 3, esta llamará a otras o bien las orientará por otro lado, lo que significa que se habrán producido economías de escala.

Una economías de escala significan que habrá diferentes productividades para cada pieza y para cada esfuerzo y que estas necesariamente se van distribuyendo en el tiempo. En otras palabras a medida que se van colocando piezas en el tiempo, va aumentando la eficacia de las posteriores piezas y por tanto es posible asignar una productividad a cada esfuerzo. Este tipo de relación diseña una escalera creciente que es la escalera de las productividades marginales.

La colocación de las últimas piezas aumentará rápidamente y prácticamente se irán *colocando solas*, lo que indica que la curva de dichas productividades se empina con mayor aceleración.

Podemos hacer otra reflexión y consiste en la consideración aunque sea solamente desde el punto de vista matemático cuando reflexionábamos sobre todas las combinaciones posibles. El término posible poseía una significación solamente matemático y no real como vimos en el apartado 4.º. En este caso también se produciría economías de escala y una mayor aceleración en la colocación de las piezas y podríamos construir una escalera de productividades marginales crecientes. Ahora bien, nos preguntamos si es posible preguntar si comparando diversas combinaciones, habrá una escalera donde se suba con mayor celeridad. No existe una respuesta ya que realmente la única que conocemos es la única que resulta producida e ignoramos, incluso matemáticamente a las otras escaleras.

7. LOS COSTES

Conocidos las productividades es posible calcular los costes. Si se asigna una unidad arbitraria a cada esfuerzo productivo y si cada esfuerzo logra un resultado (configurar parcialmente un mapa, por ejemplo), se puede concluir que la curva de costes totales crece pero menos que proporcionalmente y que los costes medios y marginales progresivamente decrecen.

Si las piezas son muy numerosas, la primera pieza representa en su colocación una mezcla de razón y en su mayor parte intuición y después la intuición retrocede a favor de la razón. Estas ganancias derivadas de la construcción de un puzzle se pueden calcular en un mercado que inicialmente sea de competencia perfecta contestando la siguiente pregunta: ¿en cuanto vendería un puzzle, o una máquina montada? Se vendería por la diferencia del coste que habría sino hubiera economías de escala con el coste que existe habiendo economías de escala.

Esta pregunta se podría responder de otra forma: ¿cuál es el precio mínimo que cobrarían unos trabajadores autónomos empresarios del montaje, cuya tarea fuese construir puzzle o motores, por ejemplo? Cobrarían o tenderían a cobrar asignando unos costes que son los que hubiera sino hubiera economías de escala. El resto, la diferencia con la realidad que son las economías de escala, sería su beneficio. Ellos a su vez pagarían a sus trabajadores un salario iguales al coste mínimo.

BIBLIOGRAFÍA

- Arrow, J.K. *Difficult in the Concept of Social Welfare*, *Journal of Political Economy*, 58.
- Baumol, W.W. *Community Indifference*, review of *Economics studies*, 14, 1946.
- Bergson, A.A. *Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics*, *quarterly Journal of Economics*, 52, 1938.
- Debreu, G., *The coefficient of Resource Allocation*, *Ecta.*, 19, pp 273-92, 1951.
- Villacís J., *La Teoría Combinatoria aplicada a la Teoría de la Producción*, *Esic-Market*, pp 43-58, 1994.

TEORÍA MICROECONÓMICA DEL CONSUMO Y SU ENFOQUE COMBINATORIO

JOSÉ VILLACÍS GONZÁLEZ

1. INTRODUCCIÓN

Se sigue el criterio, que guía al consumidor de principio a fin, para obtener el máximo de utilidad. Este criterio está animado y enlazado entre sí por dos caminos: una es el sentido hedonista que le empuja a buscar el máximo placer en todo tiempo y lugar y el otro es la razón.

La razón le sirve de camino para buscar aquel placer por un lado, y por otro y en el mismo sentido, que ese placer sea máximo. Buscará por tanto dentro de sus posibilidades el lote de mayor número de productos y los consumirá hasta que la utilidad marginal en el límite sea positiva y la utilidad total no empiece a ser negativa.

Hasta aquí es lo que se conoce: el número de bienes, su variedad, dejando al lado dos aspectos: el financiero que limita el número de los bienes a consumir y la posibilidad de consumirlos en relación con la renta.. A partir de ahora seguiremos ampliaremos una ruta de investigación tan importante o más que las anteriores: esta ruta es la teoría combinatoria.

La colocación de los bienes, o lo que es igual, la forma en que se combinan los bienes en el consumo determinan su nivel de utilidad. Este enfoque combinatorio que en este trabajo utilizamos es fundamental en la teoría del consumo porque realizar múltiples investigaciones.

Nuestra revista Anales de la Real Academia de Doctores ha sido testigo de trabajos en este campo. Citaremos estos trabajos: *Preferencias y Orden Combinatorio* (volumen 7, 2003), *Una Teoría del Caos Información Asimétrica en el Universo Combinatorio* (volumen 8, 2004), *Entropía, Caos y Teoría Combinatoria en Economía* (volumen 8, 2004).

2. TEORÍA MATEMÁTICA COMBINATORIA

Dado un conjunto A formado por n elementos, es posible ordenar en diversos órdenes o posiciones a todos los elementos sin que alguno de ellos se repita. A todas estas ordenaciones de todos los elementos que son n les llamamos permutaciones ordinarias.

La teoría matemática que estudia a todas las combinaciones (todos o parte de los elementos, con o sin repetición, etc...), se le llama teoría combinatoria. Para el trabajo que nos ocupa y por tratarse de un caso omnicompreensivo— todos los elementos— , le llamamos combinatoria al caso de las permutaciones ordinarias.

En la teoría del consumo, la combinatoria estudia el caso de todas las ordenaciones o colocaciones posibles, con todos los elementos, sin que ninguno de ellos se repita. Por ejemplo contemplemos el caso de sopa, ensalada, carne y postre. Este caso y la forma en que están dispuestos no es más que un caso especial entre todos los casos posibles. Queremos decir que habrá otras formas y que habrá total libertad para combinar a los bienes.

2.1. La cuestión de la libertad

Es fundamental considerar la libertad, porque de la libertad nace la posibilidad de combinar los bienes. Sino existiera libertad el sujeto no podría establecer un abanico de combinaciones y no podría elegir que es la cuestión esencial en la maximización de la utilidad. Como veremos el sujeto podrá combinar una serie de combinaciones y después elegirá aquella que le suministra mayor utilidad y que se llamará el menú óptimo. En el ejemplo expuesto que exponemos, es una combinación entre otras, pero se trata de un ejemplo perverso porque está sometido a la dictadura de la costumbre que hace creer que es la mejor de las combinaciones.

2.2. La contabilidad

Un vez que se dispone de los bienes, o sea que se conoce el lote de los bienes, de su naturaleza y del número de los bienes, queda la cuestión de contar el número de combinaciones posibles. Para conseguir el número de combinaciones posibles, recurrimos a la fórmula de las permutaciones ordinarias que es el caso que tratamos. Insistimos que a las permutaciones ordinarias las llamamos, por comodidad de lenguaje y hasta cierto punto conceptual, con el nombre de combinatorias.

La fórmula dice que si son n los elementos, el número de colocaciones u ordenaciones serán:

$$P_n = n!$$

En el ejemplo que ponemos: sopa, ensalada, etc... son 4 elementos que se pueden combinar de diferentes formas: podemos empezar por el café aunque parezca extravagante. Salimos por el camino correcto que es contar todas las combinaciones posibles :

$$P_4 = 4.3.2.1. = 24$$

Es evidente la riqueza conceptual de la teoría combinatoria porque permite al consumidor diseñar 24 menús y relacionar a cada uno de ellos con un nivel de utilidad y elegir el mejor.

Queremos hacer la siguiente observación: suponemos que todas y cada una de las combinaciones generan un nivel de utilidad y solo uno. Esto significa que no habrá ni

siquiera dos combinaciones que generen el mismo nivel de utilidad. Es una hipótesis necesaria par poder contar el número de menús con los criterios de las permutaciones ordinarias..

3. LOS MENÚ Y LA ESCALERA

Llamamos por lote al conjunto indiferenciado de bienes. Llamamos por menú a cada combinación de bienes, dentro de las permutaciones ordinarias, que determinan un nivel de utilidad. Un menú es, en un sentido real, una composición de bienes que tienen sentido sensorialmente por su forma de colocarse en la cadena del consumo.

Las fases porque las necesariamente pasa el consumidor hasta llegar a saciar sus necesidades y lograr el máximo de utilidad son las siguientes. Ordenación, vinculación a las utilidades, elección y consumo. En este apartado trabajaremos por el segundo.

A cada ordenación o a cada menú, el consumidor le atribuye un nivel de utilidad que nunca pretenderá medir pero si establecer un nivel arbitrario de preferencia. De esta forma habrá tantos niveles de utilidad, diferentes unos de otros, como menús o permutaciones ordinarias haya. En otras palabras habrá $n!$ niveles de utilidad. Y, como es el caso que el consumidor seguirá con su tarea hedonista racional, después establecerá una ordenación o colocación (no combinatoria) de menor a mayor de las utilidades. Esta colocación es como una escalera donde cada escalón ocupa un lugar inferior con respecto a su inmediato superior, por una parte y por otra superior respecto a su precedente.

En ningún momento se pretende medir las utilidades pero si se puede establecer unos criterios individuales, ordinales, transitivos, de esas utilidades y seriarlas en una escalera donde el consumidor puede moverse. El movimiento racional es aquél que permite subir hasta el nivel máximo.

4. RAZÓN VERSUS JUEGO.

El arte de ordenar los elementos, la formación de los menús, contar los menús, la fabricación de la escalera y la elección, son actos racionales y hedonistas.

Presentamos las siguientes preguntas: ¿cómo sería un juego en la estrategia del consumo?, ¿qué será mejor: razonar o jugar? Para responder a estas preguntas convendría clarificar lo que es un juego estricto de lo que no lo es.

El juego supondría un coste nulo que no sea el derivado del sufrimiento-placer del mismo juego. Para enfocar el problema decimos que otras personas escriben en un papel un menú, o sea una combinación y las mete en una urna. Sigue si hasta completar un número de n papeletas. Después saca una papeleta y consume esa combinación de bienes. ¿Qué posibilidades tiene el sujeto de que su menú no sea el óptimo?. Será una combinación en relación con todas las combinaciones posibles menos una que sería la elegida:

$$P_b = 1/ (n-1)!$$

Exceptuamos el caso de un solo bien donde es igual jugar que razonar y elegir por dicho razonamiento.

En el caso de más bienes, el sujeto rechazará el juego que le indicará muchas posibilidades de no acertar $(n-1)!$ que de acertar. Indudablemente que habrá un coste en el arte de combinar, de contar, de construir la escalera y de elegir el menú óptimo, pero estos esfuerzos se verán compensados por la utilidad máxima comparable que es el menú óptimo.

5. SOLDADURA

Cada combinación indica un criterio de preferencia y derivadamente un nivel de utilidad. Es lo mismo decirlo en sentido inverso. Cada nivel de utilidad determina un nivel de combinación o un menú. Dentro de cada menú puede haber un subconjunto de combinaciones o subcombinaciones que se encuentran muy atadas por criterios de preferencias. Por ejemplo pueden estar muy atadas los siguientes bienes y por este orden de 10 bienes: carreteras, alcantarillado y hospitales. Llamamos soldadura a los bienes y a la forma de ordenarse dentro de un menú. Esos bienes son por ejemplo n' y forman parte del conjunto A que engloba a todos los bienes: $n' < n$.

La fuerza de la soldadura se mide por el grado de preferencia por estos bienes por parte de cada consumidor. Su conceptualización es importante porque permite rechazar otros menús que tengan esa soldadura. Por su existencia, los sujetos que disfrutaban de una soldadura, pueden renunciar a disfrutar de otros bienes a cambio de mantener su soldadura.

6. LOS NÚCLEOS DUROS

Llamamos núcleos duros a aquella combinación intensamente atadas muy por encima de otras combinaciones. Su carácter en definitiva radica en que esa combinación es irrenunciable por su intensidad. Se diferencia de las soldaduras en que estas últimas, aún siendo intensas, pueden ser en algún momento renunciabile y ser objeto de negociación. Los núcleos duros no son objetos de renuncia y por tanto son insobornables.

7. EL MENÚ SOCIAL

El menú social es aquella combinación de bienes que es preferida por el conjunto social teniendo en cuenta que esos bienes son bienes privados ofrecidos por el Estado y que por consiguiente se puede excluir quien no pague por ello y que su consumo es rival. Este tema es extraordinariamente complejo porque exige el plebiscito entre los consumidores y porque Leviathan debe permanecer indiferente.

Es *casi* evidente que el menú óptimo de cada sujeto no coincide con el de los demás por lo que habrá que negociar y esa negociación implica la cesión o renuncia de uno o varios bienes o de una combinaciones específicas. Nunca se podrá eludir a la paradoja de la votación de Arrow pero sí se puede esquivar.

BIBLIOGRAFÍA

- Arrow, J.J. *Social Choice and Individual Values*, 2.ª edición, 1951, Nueva York, Wiley.
- *Alternative Approaches to the Theory on Choice in Risk-Taking Situations*, *Econometrica*, 19, 1951, pp 404-37.
- Hicks John R. *Value and Capital*, Oxford: Oxford university Press 1945, 1936
- Samuelson, Paul a. *Foundation of Economic Analysis*, Cambridge: Harvard University Press, 1947.
- Villacís J. *Preferencia y Orden Combinatorio*. *Anales de la Real Academia de Doctores de España*. Volumen 7, pp 191-208, 2003.