

ARTÍCULO ORIGINAL

El arte y la matemática en el proceso de enseñanza: una revisión de la literatura Art and Mathematics in the teaching process: A literature review

Judith Nieves*, Lydia Lera Marqués**, Armando J. Poleo**, Otto Federico von Feigenblatt***
ofeigenblatt@alumni.harvard.edu (Coord.)

RESUMEN

En esta revisión de la literatura se investigaron los efectos transformadores de integrar las Artes en los marcos educativos, centrándose especialmente en el mejoramiento del rendimiento académico. Se sintetizaron hallazgos de diversos estudios, mostrando los múltiples beneficios de incorporar las Artes en diferentes asignaturas. La exploración comenzó examinando cómo la incorporación de las Artes visuales en los planes de estudio cultiva no solo habilidades de alfabetización, sino también pensamiento crítico y creatividad. Se destacaron los proyectos socioeducativos que entrelazan actividades artísticas en diversas disciplinas, enfatizando el desarrollo holístico del estudiante. La revisión también profundizó en la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner, revelando cómo enfoques de enseñanza diversos, alineados con esta teoría, pueden adaptarse a las diferentes fortalezas cognitivas y estilos de aprendizaje de los estudiantes. En última instancia, esta investigación subrayó los beneficios multifacéticos de la integración de las Artes en la educación, ofreciendo una comprensión matizada de su papel en el mejoramiento del rendimiento académico y la preparación de los estudiantes para las complejidades del mundo moderno.

PALABRAS CLAVE: Arte, educación, integración, rendimiento académico, habilidades, cognitivo, creatividad, teoría de las inteligencias múltiples, diversidad, aprendizaje, desarrollo, estudiantes.

ABSTRACT

This comprehensive review investigates the transformative effects of integrating arts into educational frameworks, particularly focusing on academic performance enhancement. It synthesizes findings from several studies, highlighting the manifold benefits of incorporating arts across different subjects. The exploration begins by examining how the infusion of visual arts into curricula cultivates not only literacy skills but also critical thinking and creativity. Insights illuminate the efficacy of socio-educational projects intertwining artistic activities across disciplines, emphasizing holistic student development. The review also delves into Gardner's Theory of Multiple Intelligences, revealing how diverse teaching approaches, aligned with this theory, can cater to students' varying cognitive strengths and learning styles. This investigation underscores the multifaceted benefits of arts integration in education, offering a nuanced understanding of its role in enhancing academic achievement and preparing students for the complexities of the modern world.

KEYWORDS: Art, education, integration, academic performance, skills, cognitive, creativity, Theory of Multiple Intelligences, diversity, learning, development, students

* Candidata doctoral: Escuela de Educación, División Latina Keiser University

** Catedrático: Escuelas de Negocios y de Educación, División Latina Keiser University

*** Académico de Honor, Catedrático y Decano de Relaciones Globales, División Latina, Keiser University, y Enviado Especial de Educación del Parlamento Andino

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta una revisión de la literatura sobre los efectos transformadores de integrar las Artes en los marcos educativos. El propósito de la educación es formar individuos capaces de vivir en sociedad en armonía, preparándolos para aceptar cambios y desarrollar habilidades adecuadas para el mundo actual. Las destrezas del Siglo XXI son esenciales para alcanzar estos objetivos, y la educación es el medio para hacerlo. El desarrollo de estas destrezas es crucial para un futuro prometedor y una vida plena. El rendimiento académico de los estudiantes está influenciado por diversos factores, que deben considerarse para diseñar currículos adecuados a sus necesidades.

Los estudiantes deben adquirir destrezas útiles en todas las áreas de sus vidas para afrontar los desafíos futuros. Según Regader (2021), el aprendizaje implica una reorganización de las estructuras cognitivas existentes. Es crucial reconocer la importancia de las habilidades del siglo XXI, como señala Beltrán (2022), que abarcan conocimientos, hábitos, actitudes y emociones necesarias para el éxito en la escuela, el trabajo, las relaciones y la vida personal. Estas habilidades son esenciales para que los futuros adultos se enfrenten al mundo de manera eficaz. Beltrán (2022) indica que la UNESCO identifica once habilidades claves que los estudiantes deben dominar.

El Arte estimula el desarrollo de habilidades cognitivas y promueve el conocimiento a través de los sentidos, fortaleciendo la seguridad y la autonomía. López y Colón (2011) señalan que la enseñanza de las Artes es un proceso multifacético que implica el desarrollo de la conciencia perceptual y la habilidad para expresarse utilizando materiales de manera creativa y críticamente. Estos procesos abarcan lo generativo, imaginativo, metafórico, analítico, sintético y colaborativo. Las Artes fomentan la construcción de conocimiento y el establecimiento de conexiones entre ideas y conceptos, promoviendo habilidades relevantes para todas las disciplinas (López y Colón, 2011). Según Pérez (2022), los jóvenes que participan regularmente en las Artes tienen cuatro veces más probabilidades de ser reconocidos por sus logros académicos que aquellos que no lo hacen. Conectar estos enlaces entre disciplinas, temas y acciones facilita el desarrollo de vínculos entre creatividad, originalidad e imaginación, ampliando horizontes (Pérez, 2022).

La integración de estrategias de Arte con la enseñanza de la Matemática ofrece a los estudiantes una forma diferente de aprender y conectar conceptos. En una escuela secundaria en estudio, se implementó un proyecto llamado "Arte con sentido: Educando con Propósito", que integra las Artes con la Matemática en estudiantes de la Escuela Miguel F. Santiago Echegaray en Puerto Rico. Esta iniciativa tiene como objetivo contrarrestar el rezago académico y mejorar el rendimiento de los estudiantes. El objetivo central de esta revisión de literatura es identificar las estrategias de Arte más efectivas en

la enseñanza de Matemática fomentando un ambiente escolar propicio para el desarrollo integral de los estudiantes, promoviendo así el logro académico y la calidad de la enseñanza. En esta revisión se analiza una amplia gama de investigaciones para comprender los beneficios de integrar el Arte en las clases de Matemática

2. METODOLOGÍA

La revisión bibliográfica llevada a cabo se focalizó en temas relacionados con la integración de las Artes en la Matemática. Como un modo de enfrentar y combatir los retos futuros, los estudiantes tienen que aprender destrezas que les respalden en todos los aspectos de su vida. Se pretende dar cuenta en esta búsqueda de la integración de las Artes con las materias básicas, dirigidas a promover un mayor rendimiento académico. También, evidenciar sobre la visión de parte de estudiosos, sobre los procesos en cuanto a la preparación de alumnos exitosos, divulgando la tarea de la enseñanza de forma diferente evidenciando el potencial de esta integración en la sala de clases para involucrar a los estudiantes en el aprendizaje experiencial. Es decir, evidenciar el aprendizaje con sentido y significado, lo que brindará herramientas para alcanzar el éxito académico, dirigido al ajuste con las características y demandas de la llamada sociedad del conocimiento. De tal forma que, los estudiantes demuestren dominio utilizando la integración para el desarrollo de destrezas y competencias que los guiarán para poder alcanzar un mayor rendimiento académico. La revisión bibliográfica llevada a cabo se focalizó en distinguir las experiencias de los docentes que impartieron cursos de Matemática integrando las Artes, para estructurar un análisis basado en sus experiencias (Fuster-Guilló et al., 2019).

2.1. Marco conceptual

La integración del Arte en la Matemática mejora el rendimiento académico de los estudiantes. A continuación, se abordan los principales temas encontrados en la literatura sobre los beneficios de integrar el Arte en los cursos de Matemática.

2.1.1. Teoría del Constructivismo de Jean Piaget (1969)

Para Piaget (1969) el aprendizaje es como una reorganización de las estructuras cognitivas existentes en cada momento. Jean Piaget se considera una de las figuras más representativas y prestigiosas de la psicología en el siglo XX. Su teoría se basó en descubrir y explicar las formas más elementales del pensamiento humano desde sus orígenes hasta los niveles de mayor elaboración y alcance.

Para Saldarriaga-Zambrano et al., (2016) el conocimiento se construye por los estudiantes a través de un proceso activo y mental de desarrollo; en cuyo proceso los estudiantes son los

constructores, los generadores del significado y del conocimiento. Es importante delinear y sustentar en la investigación un modelo teórico como el constructivismo, concepción de aprendizaje basada en la idea de que el conocimiento no es algo que el profesor pueda ofrecer simplemente, sino en que la misma genera conocimiento dando sentido a partir de las experiencias utilizando la adaptación y la asimilación conceptos claves dentro de las cuales se crean la construcción de los nuevos conocimientos de un individuo.

2.1.2. Fenomenología de Husserl (1950)

Husserl (1950) indica que la fenomenología es una rama filosófica que trata de comprender y darle importancia a cómo las personas viven en el mundo actual, en cuanto a sus aspectos físicos y en términos de interacción social y emocionalidad. La fenomenología pretende investigar y describir los fenómenos u objetos tal y como los experimentan las personas. También busca entender el mundo sin prejuicios que puedan influir en su interpretación (Montagud, 2019).

Según López Saenz (1998) la fenomenología constituye un importante factor para adentrarse en la vida cotidiana y para reflexionar sobre el fenómeno educativo (López Saenz, 1998). La regla de oro de la fenomenología es volver a las cosas mismas, en palabras de Husserl, describirlas tales como se ven, poner en claro la experiencia y expresar rigurosamente lo vivido. Según la fenomenología la experiencia y los fenómenos son los dos factores fundamentales que guían la investigación (Parra, 2017). Por lo tanto, este diseño permite entender las percepciones, perspectivas e interpretaciones que la gente hace de un fenómeno determinado, o sea, un intento por conocer como fue esa experiencia.

Para Ayala-Carabajo (2017), la fenomenología busca una síntesis entre lo objetivo -el fenómeno- y lo subjetivo -la consciencia-. Es decir, estudia casos concretos y se apoya en hechos y creencias compartidos por varios individuos. Según los autores, este método cuenta con tres etapas: la etapa descriptiva, la etapa estructural y la etapa de la discusión y conclusiones, en la que se revisa y discute la información obtenida, contrastándola con la información recogida por otros investigadores o estudiosos y con el conocimiento que existía previamente, para alcanzar un nuevo conocimiento.

2.1.3. Rendimiento Académico en la Materia de Matemática

El integrar las Artes con otras materias permite desarrollar experiencias activas y técnicas novedosas de manera que, puedan ser utilizadas para alcanzar un buen rendimiento académico (Botella y Valero, 2018). Entre los años académicos 2019-2020, 2020-2021 y 2021-2022 se identificaron datos estadísticos del Perfil Escolar de Puerto Rico, los cuales brindan a la comunidad escolar una radiografía sobre el progreso de sus escuelas para aumentar el rendimiento académico y preparar a los estudiantes de manera exitosa, en

conjunto con un futuro prominente del Departamento de Educación de Puerto Rico. Por años, se ha observado el esfuerzo y compromiso del DEPR de reinventarse y enfocarse en que los estudiantes sean exitosos y dominen las destrezas del Siglo XXI.

Además, existen datos relevantes que muestran una visión clara sobre el progreso de las escuelas para aumentar el rendimiento académico. Entre los informes del Departamento de Educación de Puerto Rico entre los años 2018 y 2022, se encuentran: el Perfil Escolar del Instituto de Estadísticas de PR-Educación Superior y el de Progreso Académico de estudiantes al final de cada año académico. Ambos Informes anuales, elaborados por la oficina de Estadísticas del Departamento de Educación, tienen como propósito dar continuidad, presentar y comparar los niveles actuales de desempeño académico estudiantil y las metas anuales en español, Matemática, Ciencias e inglés en estudiantes matriculados en las escuelas públicas de Puerto Rico.

2.1.4 Sinopsis de las Artes

El Arte cuando se integra como un elemento transversal del currículum educativo se considera una herramienta muy poderosa para el aprendizaje de las distintas materias o áreas de conocimiento. La expresión del Arte a través de la música, el teatro, la danza, la pintura o la escultura, se convierten en herramientas didácticas inclusivas para la docencia, con un enfoque constructivista de procesos de aprendizajes significativos y motivadores en diversos contextos educativos (Gallardo-López, 2021).

Es por esto, que la educación artística ejerce una función notable en la transición de los sistemas educativos; la misma brinda una gran aportación a la solución de los problemas sociales y culturales que afronta el mundo contemporáneo. Cabe señalar, que las Artes son las expresiones creativas realizadas por el hombre, mediante las cuales manifiestan sentimientos y la forma de ver la vida, en el área académica como bien define Pérez (2022). Estas son utilizadas por los individuos con habilidades para crear diferentes obras, construir esculturas, realizar poesías o simplemente tomar una cámara y captar momentos sencillos, pero inolvidables. Tiempo atrás, el Arte era considerado un vehículo potenciado en el que se podían observar, escuchar y sentir los sentimientos sin salir de su estado de abstracción (Pérez, 2022).

Por otro lado, Aguirre y Ceniceros (2020) expresan que a través de la historia se observan expresiones creativas, a las cuales se les llama Artes. Estas han representado una parte importante en el desarrollo educativo de los estudiantes como herramienta vital en el proceso enseñanza aprendizaje, la cual ocupa múltiples alternativas. Además de demostrar que es una herramienta que sirve de estrategia al docente para manejar, introducir y afianzar conceptos de manera más sencilla, los cuales bajo otra circunstancia se hace más

difícil y compleja, comprobando de este modo cuán efectivo es la integración entre la teoría y la práctica educativa.

En una investigación de González Aldana (2020) sobre la Matemática y el Arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría desarrollaron una propuesta de aula, cuya innovación pedagógica, parte de la experiencia y contacto con elementos geométricos y artísticos, de la exploración y uso de la tecnología con un programa, como el GeoGebra. De esta manera, los estudiantes adquieren herramientas pedagógicas importantes en su desarrollo espacial. La implementación del sistema de actividades sobre la Matemática y Arte, sirven como motivación para el estudio de la geometría, específicamente en la relación que tienen estas dos disciplinas. También, en la demostración de teoremas y en la resolución de problemas retadores, se mejora así, la percepción visual y a la vez se crean espacios de estimulación matemática, con métodos menos complicados y más didácticos (González Aldana, 2020).

InterCommuni (2023) tuvo como propósito relacionar las Artes en sus planes de estudio principales, además de educar y desarrollar habilidades junto a destrezas artísticas específicas. Entre los resultados alcanzados, se encontraron los siguientes: el desarrollar habilidades creativas ayuda a resolución de problemas; hacer conceptos difíciles de forma visual, más fáciles de entender; ayuda a desarrollar sus habilidades motoras, lingüísticas, sociales, de toma de decisiones, de asunción de riesgos y de inventiva; enseñan a los alumnos el color, la disposición, la perspectiva y el equilibrio; todas ellas técnicas necesarias en las presentaciones (visuales, digitales) de los trabajos académicos; permite que el estudiante desarrolle confianza, permitiendo su participación activamente; las experiencias artísticas incitan el pensamiento crítico, ayudan al estudiante a desarrollar la buena toma de decisiones; sirve de reto, y; relacionar al estudiante con su cultura y el mundo.

2.1.5 La Relación de las Artes con el Rendimiento Académico

A través de una investigación para determinar el efecto de la integración de las Artes visuales en el desarrollo de las destrezas de lectura y escritura en estudiantes de tercer grado de escuelas públicas del suroeste de Puerto Rico, se obtuvo que la integración de las Artes visuales tuvo un efecto significativo en el desarrollo de las destrezas de lectura y escritura. En esa misma línea, otro estudio de López y Colón (2011) tuvo como objetivo reclutar 25 maestros, ofreció 90 horas de adiestramiento en servicio y horas de actividades, visitas de seguimiento, aumentaron los conocimientos de los participantes en las áreas de las Artes visuales, tecnología, e integración curricular, y diseñaron lecciones ejemplares sobre integración de las Artes visuales a la sala de clases. El enfoque fue a través de la observación y revisión de documentos, visitas, conferencias con artistas de diferentes medios, talleres de pintura, dibujo, cerámica, grabado, teatro, montaje de exhibiciones,

dibujo y narrativa, talleres de narrativa digital, fotografía y currículo integrado, creación de propuestas sobre integración del Arte a su sala de clase y apoyo.

Como parte de la viabilidad, confiabilidad y validez de una investigación es poder hallar datos e información existente sobre el tema y problema de investigación. Es por esto, que Jachimowicz et al. (2018), coincidieron en que el cociente intelectual no determina el rendimiento académico, este lo determina la perseverancia, curiosidad, inteligencia social y otros atributos de la personalidad que están presentes. En un estudio realizado en la Clínica El Mundo de los Superdotados SL en 1956, localizada en Madrid, España, Sanz Chacon (2014) sugiere que el cociente intelectual puede jugar papel importante en el éxito de la vida, pero los rasgos de personalidad son también factores importantes para determinar los resultados.

Por otro lado, Heckman et al., (2013) en un estudio reciente sobre si ¿Un coeficiente intelectual determina el éxito? plantea que el cociente intelectual por sí solo no determina el éxito futuro de una persona. Algunas pruebas estandarizadas realizadas determinaron que los individuos que son exitosos sobresalen por sus habilidades cognitivas y otras no cognitivas como planificar, cooperar y ser ordenados. Utilizar la integración de las Artes (música, teatro y la fotografía) con la Matemática como apoyo para determinar si la integración mejora el rendimiento académico, significa brindar alternativas variadas en el proceso de aprendizaje, fomentando la capacidad de observar del estudiante, obligándolo a reflexionar sobre aspectos matemáticos de todo lo que lo rodea, estimulando así su creatividad.

Botella y Valero (2018) desarrollaron una propuesta para integrar las Artes en la educación secundaria obligatoria: música, plástica y expresión corporal. El propósito de la propuesta fue generar y construir un armazón metodológico sobre el que se puedan desarrollar experiencias activas y técnicas novedosas cuyo interés fomente la aproximación a la cultura. Se concluyó que se logró conocer el Arte de épocas concretas, desarrollar sensibilidad e interpretarlas para poder identificar su esencia, estructura, rítmica y establecer una interacción.

Castro Quesada y Arguedas Bonilla (2017) hicieron estudio similar sobre el tema de la Sistematización de experiencias de integración de las Artes plásticas, expresión corporal y música en el currículo escolar del I y II ciclo de la Educación General Básica en la Universidad de Costa Rica. Los resultados demostraron que los investigadores sistematizan los resultados de las actividades desarrolladas a partir de procesos teóricos, metodológicos y de la interpretación de las experiencias llevadas a cabo en los diferentes talleres, utilizando la expresión artística, los conceptos de enseñanza y aprendizaje, logrando su objetivo. Se observó que los resultados para un buen rendimiento académico no solo dependen del estudiante, este requiere de docentes capacitados y comprometidos que sirvan de facilitadores que guíen a los alumnos hacia esa meta. Por consiguiente, para encaminarse a alcanzar esa meta fue necesario y vital la capacitación en educación artística de los docentes.

También Ramírez (2021) analizó la situación actual de la capacitación docente en relación con la asignatura de Artes y su impartición en las escuelas primarias públicas en México. Para esto, se llevó a cabo un estudio de caso basado en la problematización del estado de Aguascalientes, donde se investigó la escasa capacitación del personal docente de nivel básico en dicha entidad con relación a las Artes.

Mañero (2021) realizó un estudio donde se reflexiona sobre la importancia de las Artes y su relación con la postdigitalidad en el contexto de la pandemia. El propósito de los autores fue realizar un análisis comparativo de las características de dos proyectos socioeducativos de éxito en España y Argentina, los cuales utilizan el Arte como una herramienta o estrategia metodológica para potenciar la educación inclusiva, la interculturalidad y el desarrollo de contenidos transversales en las diversas materias que se imparten desde el currículum formal en las escuelas (Gallardo-López, 2021). Como instrumento utilizaron actividades lúdicas, artísticas, colaborativa y participativa. La población fueron estudiantes de grados quinto (5to) y sexto (6to). Los resultados del proyecto I mostraron que aumentó el rendimiento académico en la materia de química, hubo mayor motivación, creatividad y cohesión grupal; mientras que en el Proyecto II, hubo mayor atención a la diversidad del grupo clase, mejoras en el clima de convivencia en la escuela, mayor motivación, creatividad y cohesión grupal. Sin embargo, según Estévez Pichs y Rojas Valladares (2017), la educación de las nuevas generaciones requiere de una formación integral sintetizada como contenidos imprescindibles para conocer, entender el mundo y actuar como consecuencias de conductas deseables para el progreso social. No obstante, bajo esta visión, se debe concebir una educación que admita el derecho a los seres humanos desde sus primeras edades a percibir, valorar y expresar las Artes como condición social, lo que contribuye al desarrollo cognitivo, espiritual y axiológico. También potencia la cultura y las conductas creadoras futuras.

Así mismo, como un requerimiento de la formación del profesional Estévez Pichs y Rojas Valladares, llevaron a cabo un estudio en la Universidad Metropolitana del Ecuador. Su propósito fue demostrar reflexiones acerca de la importancia de la educación artística en la primera infancia. Estos concluyeron que las exigencias contemporáneas significan un requerimiento en la formación del profesional pedagógico. Además de la incentivación y aplicación de diversos lenguajes artísticos como recursos pedagógicos, estéticos y transformadores de conductas y hábitos educativos, que inciden en el desarrollo de procesos grupales de inclusión, participativos, reflexivos, dialógicos y creativos en las comunidades educativas y socio-territoriales, a favor de elevar la calidad de vida y mejoras en la atención integral de los infantes. La acción valorativa y activa productiva manifestada en la actividad artística es indispensable en los procesos formativos para preservar la cultura de un pueblo y su identidad. También, es crucial para manifestar el estilo de conducta que requiere la sociedad, como condiciones que reflejan los modos de sentir, pensar y actuar ante la vida. Se enfatizó que, el cultivar la educación artística en las

universidades contribuye al desarrollo de la personalidad de sus estudiantes de forma integrada, en un proceso de reconciliación de la singularidad individual con la particularidad y generalidad social, para favorecer una formación profesional sobre la base de los valores de la cultura y de la profesión en su sentido más amplio.

Hace varias décadas, la inteligencia se consideraba una función mental unitaria que describía nuestra capacidad para solucionar problemas, fundamentalmente en el área lógico-Matemática. Sin embargo, hace casi tres décadas Gardner (1983) cuestionó esta idea y lo hizo con argumentos evidentes. Su alternativa frente a la concepción global de inteligencia fue la teoría de las inteligencias múltiples. Esta Teoría de las Inteligencias Múltiples fue ideada como contrapeso al paradigma de una inteligencia única, ya que supuso una revolución en la forma de entender las habilidades humanas y el aprendizaje. Según Gardner (1983) y Regader, (2021), esta teoría no contradice la definición científica de la inteligencia, como la «capacidad de solucionar problemas o elaborar bienes valiosos»

2.1.6. Integración de la Matemática con la Música

Las instituciones educativas deberán ocuparse de crear espacios en la escuela para el aprendizaje emocional y para el desarrollo del conocimiento en el campo afectivo y relacional. El Arte, en este sentido, ocupa un papel de suma importancia, dado que tiene la cualidad de conectar y comprometer los sentimientos, las emociones y los afectos, humanizando en lo más profundo el proceso de desarrollo del niño. Estas ideas refuerzan la pertinencia del Arte, especialmente de la música en la escuela. La música ocupa un lugar privilegiado dentro de la esfera de los lenguajes artísticos (Palacios, 2006).

La música tiene la cualidad de involucrar la mente, el cuerpo y las emociones. También se activan procesos de intuición y percepción, simbolización, abstracción y afectividad. La música cuenta con un código propio cuyo dominio implica niveles complejos de intelección lo que le concede el valor de ser la única de las Artes con esa cualidad. También se sabe que la música es uno de los lenguajes artísticos con los que el ser humano entra en contacto desde muy temprana edad, aún antes del nacimiento y las formas de conocimiento que se desencadenan a partir del contacto con la música son únicas, ningún otro lenguaje puede proporcionarlas (Palacios, 2006). Para Palacios (2006), el sonido abstracto representa un vehículo de comunicación por medio del cual los sujetos satisfacen sus necesidades primarias de relación con el medio (del Campo, 1997, p. 211). Además de ello, la música contiene en su propia forma y estructura profundos elementos culturales que comunican a los otros un modo de ser, de sentir, de percibir el mundo e interpretar la realidad. Esta cualidad de la música la convierte en compañera natural de la Matemática, aunque también otras Artes proporcionan ejemplos de cómo las ideas matemáticas bullen bajo la producción del artista (Sautoy, 2016). Según Kulstad et al., (2020), las secuencias matemáticas en la música es un aspecto muy

importante, ya que se observa una sensación de tensión mediante el uso de una de las secuencias más importantes de números en los libros de Matemática; los conocidos números primos. Un ejemplo peculiar es el "Cuarteto para el fin de los tiempos", del compositor del siglo XX Olivier Messiaen. Este, utiliza los números indivisibles 17 y 29 para crear una sensación de tiempo sin fin, de ahí que "la música representa el placer que experimenta la mente humana de contar sin ser consciente de que está contando. Con el uso de los números primos 17 y 29 las secuencias rítmicas y los acordes no se repetirán hasta 17 veces y 29 notas a través de la pieza, y en ese momento el movimiento ya ha terminado. En el mundo real para mantener y crear falta de sincronización se encuentra la atracción del músico y del matemático por los números primos.

Wollenberg (2003) ofrece una visión interesante sobre la relación entre la Matemática y la música. La autora explora las conexiones históricas, científicas y artísticas que han surgido al vincular estas dos disciplinas. Tradicionalmente, la música y la Matemática han estado estrechamente relacionadas, y es su separación lo que resulta sorprendente. Durante los siglos XVI y XVII, cuando la música comenzó a considerarse más como un Arte y se analizó en términos expresivos, la ciencia musical continuó desarrollándose con renovado ímpetu. El artículo aborda temas como la afinación, la teoría del sonido y las técnicas compositivas modernas. Roberts, en su obra "From Music to Mathematics: Exploring the Connections" (2016), profundiza en la intrincada relación entre la música y la Matemática. Como matemático y músico, Roberts explora cómo los conceptos matemáticos subyacen en la teoría y práctica musical, haciendo estas conexiones accesibles a una audiencia amplia, incluyendo aquellos sin una formación sólida en ninguno de los dos campos. Roberts (2016) ofrece una perspectiva histórica sobre la interrelación entre la música y la Matemática desde la antigüedad. Discute figuras como Pitágoras, quien descubrió las proporciones matemáticas que corresponden a los intervalos musicales, y muestra cómo estas ideas han evolucionado a lo largo de los siglos. Además, explica conceptos matemáticos fundamentales que son cruciales para entender la música, tales como razones, proporciones, y series armónicas, esenciales para comprender la construcción de escalas musicales y sistemas de afinación. Roberts (2016) también analiza la influencia de la Matemática en la estructura rítmica de la música. Explora patrones rítmicos y simetrías, y cómo se utilizan conceptos matemáticos para crear composiciones rítmicamente complejas. Asimismo, investiga cómo las ondas sonoras y los principios de la acústica están profundamente relacionados con la Matemática, examinando las propiedades de las ondas, la resonancia y la producción de sonidos en los instrumentos musicales.

Además, Roberts (2016) aborda cómo los compositores han utilizado conceptos matemáticos en la creación de música. Desde la música de Bach hasta la música serial de Schoenberg, se presentan ejemplos de cómo la Matemática ha influido en las técnicas compositivas. Esta exploración tiene varias implicaciones importantes para el estudio de la

música y su relación con la Matemática, proporcionando un recurso valioso para educadores interesados en integrar ambas disciplinas y ofreciendo a músicos y matemáticos una comprensión más profunda de sus conexiones. Roberts (2016) logra destacar cómo la Matemática y la música, aunque a menudo se consideran disciplinas separadas, comparten un lenguaje común de patrones, estructuras y proporciones. Su trabajo proporciona una plataforma para futuras investigaciones interdisciplinarias, alentando a académicos y practicantes a explorar estas conexiones más a fondo. La obra de Roberts inspira nuevas formas de composición y análisis musical, fomentando la innovación y una apreciación más rica de ambas áreas.

En el artículo *¿Existe relación entre la música y las matemáticas?* se indicó que escuchar música podría mejorar la cognición de un estudiante y su capacidad para aprender habilidades matemáticas (Gaab y Zuk, 2017). De esta manera, se dice que Einstein solía sentarse a tocar música cuando estaba atascado en un problema matemático. Al concentrarse en el problema en cuestión (cerebro izquierdo) mientras tocaba el piano o el violín (cerebro derecho), era capaz de reforzar la comunicación entre los dos hemisferios de su cerebro y aumentar la capacidad cerebral. Investigaciones descubren que la música activa las mismas áreas del cerebro que las personas utilizan al resolver problemas de razonamiento espaciotemporal. Basándose en extensas investigaciones y en el conocimiento de que ciertos tipos y frecuencias de sonido son procesados por los dos hemisferios del cerebro de forma diferente, el uso de música y sonidos específicos puede ayudar a estimular un hemisferio más que el otro y posiblemente crear más equilibrio en el cerebro.

Por tanto, el estudio de la música resulta más eficaz si se estudian los conceptos matemáticos subyacentes, como la geometría, la combinatoria, la trigonometría y el cálculo diferencial. Esto implicó la creación de patrones de sonido, mientras que la Matemática es el estudio de los patrones. Se ha visto que las piezas musicales populares tienen estructuras matemáticas definidas que son menos evidentes en otras piezas musicales. Estos patrones apelan al deseo innato de ritmo y patrones matemáticos. Aristóteles y Platón, filósofos griegos de la antigüedad creían en la existencia de una sólida conexión entre la música y la Matemática incluyendo la música como un género de la Matemática (Casals Ibáñez et al., 2014).

2.1.7. Integración de la Fotografía con la Matemática

En cuanto a la fotografía y su idea de ser utilizada para integrar con la Matemática se puede mencionar que actualmente ocupa un lugar indiscutible entre las Artes, ya que busca reinterpretar y transformar. También, la fotografía de manera integrada es un medio alternativo para la mejora en los contenidos básicos tradicionales, desarrollando la sensibilidad, la creatividad y el pensamiento crítico en los estudiantes. De tal forma que se pueda reconocer, valorar y apreciar las características de su cultura y otras, así como la

resolución de problemas que enfrentan en la vida cotidiana, brindándole la oportunidad de expresar sus gustos, ideas, emociones y sentimientos mediante diferentes medios artísticos. También, se puede señalar como la fotografía está presente en la Matemática en muchos de los pasos como, revelar una fotografía, la formación de la imagen hasta el análisis y revelado de la imagen.

Codina y Flamarich (2017) señalan que un objetivo del aprendizaje matemático es la capacidad para aplicar la Matemática a la realidad. Es por esto, que la fotografía, al captar un momento y un lugar concretos, puede contribuir a educar la capacidad de “ver” Matemática en contextos cotidianos. Se debe motivar el gusto para detectar matemáticas, es decir, que ponerse las gafas matemáticas se convierta en una actitud. A esta capacidad se le llama la foto-educación Matemática. El objetivo esencial es mirar la realidad y descubrir la Matemática que contiene, así como la que se pueden usar para saber más sobre la misma. Linda Gordon (2009) señala en su libro “Dorothea Lange: A Life Beyond Limits” que, la cámara fotográfica es un instrumento que enseña a la gente como mirar sin una cámara.

La fotografía Matemática consta de fotografiar objetos con formas geométricas tomando en cuenta los ángulos y posiciones de estos. En la cámara fotográfica todo se maneja gracias a la Matemática, tenemos la distancia focal, apertura del diafragma, el balance de blancos +/-, etc. De esta forma, conociendo lo que es la sección Fibonacci (regla de los tercios) es como se puede hacer una fotografía perfecta al espectador (Harker, 2020). Además, con la apertura focal se puede conseguir el efecto de desenfocar alguna zona de la foto. Para poder tomar bien una fotografía a un objeto geométrico, es necesario saber cómo poner la abertura del diafragma (F) para que salga nítida y hermosa.

2.1.8. Integración de la Matemática con el Teatro

El desempeño del teatro sobre la conciencia y la reflexión crítica de los individuos y su entorno ha sido relevante (Recasens Belenguer et al., 2022), convirtiéndolo en una herramienta didáctica muy eficaz para dar visibilidad a realidades distintas y ponerlas en valor (Hamodi y Jiménez, 2018). También ha sido analizado como una pieza crucial que colabora con la inclusividad. Partiendo de la premisa que la inclusión es uno de los criterios básicos de calidad de cualquier sistema social, educativo y siendo un fenómeno complejo, su objetivo es el abordaje de las diferencias desde una perspectiva global, promoviendo relaciones equitativas a través de acciones conjuntas independientemente de las diferencias entre los individuos (Recasens Belenguer et al., 2022). El estudio del teatro como herramienta para el desarrollo de habilidades comunicativas analiza el potencial de este como una herramienta eficaz para el desarrollo de las habilidades sociales de los niños y jóvenes, así como para la inclusión educativa de sujetos con necesidades específicas de apoyo educativo.

El teatro como herramienta para el desarrollo de habilidades comunicativas de Recasens Belenguer et al., (2022) realizado en España tuvo como propósito estudiar una perspectiva más contextualizada, abordando el teatro como herramienta para la promoción de la inclusión educativa. Se realizó un estudio bibliográfico de la literatura científica de la última década con cinco bases de datos en estudiantes con NEAE que mostró que el uso del teatro para la atención de características y necesidades diversas se vincula al ámbito escolar y que el teatro constituye un medio eficaz para el desarrollo de las habilidades sociales y para la promoción de la inclusión educativa. (Recasens Belenguer et al., 2022).

El uso del teatro como herramienta didáctica en la enseñanza de la estadística de Rivera Rivera y Colón Vélez (2014), realizado en la Escuela Secundaria de la Universidad de Puerto Rico, tiene como propósito mostrar la utilidad del teatro como una herramienta efectiva para la enseñanza de las Matemática fomentando la integración curricular de dos disciplinas: el teatro y las estadísticas. El estudio es una investigación en acción, en el cual participó un grupo de 20 estudiantes del nivel secundario entre los grados 10, 11 y 12 que tomaban Estadísticas como parte de los cursos de ofrecimiento electivo. Finalmente, demostraron que el teatro es una herramienta pedagógica que puede ayudar a que los alumnos puedan asimilar los contenidos y los conceptos estadísticos con mayor éxito y facilidad. A la vez, se logró cambiar su visión y expectativas frente a las estadísticas, y reforzar los conocimientos adquiridos en dicha materia.

Ukobizaba et al. (2021) se centraron en explorar cómo diversas estrategias de evaluación contribuyen al desarrollo de habilidades de resolución de problemas matemáticos en estudiantes, desde los primeros años de escolaridad hasta la educación secundaria. A lo largo del análisis, revisaron veinte artículos publicados entre 1997 y 2020, extraídos de bases de datos académicas como Google Scholar, Academia y ERIC. Estos artículos, provenientes tanto de conferencias como de revistas científicas revisadas por pares, proporcionaron una amplia gama de perspectivas sobre el tema. Entre las estrategias examinadas, destacaron la clasificación de resultados de aprendizaje observados, utilizada efectivamente para evaluar y fortalecer las habilidades de resolución de problemas matemáticos en diferentes contextos educativos. Otro enfoque relevante fue el modelo de habilidades de pensamiento avanzado, promoviendo el desarrollo del pensamiento crítico y creativo entre los estudiantes al enfrentarse a problemas matemáticos. Las evaluaciones de desempeño y auténticas también fueron objeto de análisis en el estudio de Ukobizaba et al. (2021). Estas estrategias permiten evaluar cómo los estudiantes aplican sus conocimientos matemáticos en situaciones de la vida real, proporcionando panoramas valiosos sobre la transferencia de habilidades desde el aula al mundo exterior. Además, exploraron las evaluaciones dinámicas, diseñadas para evaluar el potencial de aprendizaje y la adaptabilidad de los estudiantes frente a problemas matemáticos cambiantes y desafiantes. Un enfoque innovador incluido en la revisión fue el uso de evaluaciones basadas en videojuegos, destacado por Ukobizaba et al. (2021). Esta

estrategia no solo busca evaluar el rendimiento matemático de los estudiantes, sino que también busca hacerlo de manera más atractiva y participativa, utilizando herramientas familiares y motivadoras para los jóvenes.

2.1.9. Relación de la Integración de la Matemática con las Artes y el Rendimiento Académico

En un estudio realizado por Pamplona et al., (2019), sobre Las estrategias de enseñanza del docente en las áreas básicas: una mirada al aprendizaje escolar, destaca la importancia de la formación de los niños de edad escolar por medio de lineamientos y estándares curriculares que fundamentan las áreas básicas de aprendizaje: Lengua castellana, Inglés, Matemática, Ciencias naturales, Ciencias sociales, Tecnología e Informática, Educación física, Artes, Civismo, entre otras áreas, que se relacionan en cada periodo académico en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Pamplona concluye que los docentes deben realizar divulgación de sus prácticas educativas para contribuir a un fortalecimiento de los procesos de enseñanza aprendizaje y el desarrollo de competencias en sus estudiantes.

A tales efectos, se debe considerar si al integrarse las Artes con la Matemática provee ventajas en el rendimiento académico de los alumnos. Carrera y Casimiro (2017), realizaron un estudio sobre la Matemática y su interrelación con el Arte y otras disciplinas, el cual tenía dos propósitos: mostrar cómo descubrir la presencia de la Matemática en las manifestaciones de Arte; y el segundo, cómo el artista ve la Matemática desde su óptica. Estos sostuvieron en su artículo, que tanto el teatro como la danza traducen partes, colores, ritmo, armonía, tiempo, ubicación, escenografía, así como la música; y la música, propiamente dicha, se expresa mediante el sonido, el eco, el silencio, el ritmo, la armonía, la variación, además de otras categorías. Además, la Fotografía, el Arte cinematográfico y la Televisión son productos de una nueva era tecnológica con paradigma diferente de las otras expresiones artísticas. De esta forma, queda expuesto su relación con la Matemática en conocimientos y en el uso de las categorías, plano, espacio, tridimensionalidad, foco, perspectiva, color, lateralidad, tiempo, solo se repiten las más constantes. De acuerdo con los resultados, estos indicaron que la función principal de la Matemática es solucionar, objetivando el avance de la ciencia, a su vez, el Arte, es la creación libre del espíritu y la motivación, el cual transita por instancias de la mente cuyos estudios escapan a nuestro propósito.

La importancia del Arte con la Matemática quedó plasmada por El Nuevo Día (2012) en el artículo El Arte en la Matemática, cuyo propósito consistió en demostrar el reto que tienen los maestros de la escuela pública en la enseñanza de la Matemática para que los niños de nivel elemental logren y dominen destrezas básicas de esa materia fundamental. “Hemos notado en nuestros estudiantes gran interés en los dibujos, particularmente en las tirillas como las que publican en Primera Hora, y tomamos la iniciativa de fomentar más la integración de las Artes en la Matemática”, señaló Zulma Rivera, profesora de Matemática,

en la Escuela Jacinto López Martínez, en Dorado (El Nuevo Día, 2012). Con esto en mente, durante la Semana de las Matemáticas, que se celebró del 5 al 9 de marzo, la escuela de Dorado invitó a su plantel a Gary Javier, periodista gráfico de Primera Hora. Dirigidos por el artista, los estudiantes participaron en un certamen de dibujo en el que los niños plasmaron de forma gráfica lo que representa para ellos el lema central del evento.

También la investigación de Ortiz-Mendoza y Guevara-Vizcaíno (2021) va por la misma línea, ya que tuvo como propósito la aplicación de mecanismos de juegos en contextos educativos, lo que ha permitido desarrollar el proceso de enseñanza - aprendizaje en ambientes motivantes y colaborativos. Esto permitió alcanzar un aprendizaje significativo y, por ende, un mejor rendimiento académico en los estudiantes. Los instrumentos aplicados fueron un cuestionario que constó de trece preguntas en la escala Likert, aplicados a cinco docentes y un protocolo de entrevista de seis preguntas aplicado a cuatro docentes mediante llamadas telefónicas (Encalada Díaz, 2021). La importancia de las Artes en el ser humano y su influencia en el proceso de aprendizaje valida la necesidad de que la educación responda a las diversas necesidades y talentos de los estudiantes, ofreciendo alternativas creativas de aprendizaje y evaluación (Sousa, 2011). Se debe desarrollar el conocimiento y las competencias académicas en armonía con el desarrollo emocional y social del estudiante. El Departamento de Educación de Puerto Rico (2018) propone integrar las Artes en las materias básicas para fomentar el valor del Arte, promover el cuidado de las escuelas y estimular la creatividad. Este enfoque da origen al estudio al que se hace referencia. El estudio se fundamenta en dos áreas: la programática, que establece las prioridades, objetivos y cómo se llevará a cabo, y la fiscal, que determina los recursos y presupuesto necesarios. Se centra en explorar y comprender el bajo rendimiento académico en Matemática en una escuela secundaria de Camuy, así como en cómo podría mejorar mediante la integración de las Artes (música, teatro y fotografía). Caraballo-Cueto (2020) investiga el Aprovechamiento Académico y el Cierre de Escuelas en Puerto Rico, y muestra que el aprovechamiento promedio de los estudiantes disminuyó de 2017 a 2019.

Según Cummings y Kunkel (2015), los estudiantes actuales necesitan habilidades para la vida, las cuales los capacitan para seguir aprendiendo y contribuyen al desarrollo social y económico de los países. El desarrollo integral del estudiante es prioritario en la actualidad, pero requiere de docentes bien preparados para ser efectivo. Además, según Ruhalahti y Heinonen (2024), los docentes también necesitan evaluar si sus habilidades y conocimientos contribuyen eficazmente al desarrollo de sus estudiantes.

El propósito principal de las estrategias atractivas centradas en el estudiantado es ayudarles a construir una educación holística integrada por conocimientos, habilidades y valores. Según Ala-Mutka (2011), el estudiantado necesita habilidades de aprendizaje para la vida, como la comunicación, tecnología, Matemática, habilidades sociales y cívicas, así como

habilidades culturales y el aprendizaje a aprender. Zapata (2016) señalan que el estudiantado necesita habilidades de trabajo en equipo, pensamiento crítico y manejo de información. Su principal función es proporcionar ambientes saludables para el aprendizaje, además de evaluar su significado y pertinencia (Hofmeyer et al., 2015). Kuh et al., (2008) destacan que el liderazgo es clave para el éxito del estudiantado, ya que todas las acciones del personal docente deben orientarse hacia su desarrollo. La labor docente es crucial, ya que su desempeño influye en la motivación e interés del estudiante. La correspondencia entre objetivos y resultados se logra mediante un proceso educativo contextualizado, diferenciado, relevante, pertinente y equitativo.

La calidad educativa se fundamenta en docentes preparados que continúan actualizando y fortaleciendo sus competencias a través de actividades de desarrollo profesional (Departamento de Educación, 2019). La Matemática es una Ciencia que utiliza lógica, experimentación y símbolos para generar una teoría exacta basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas (Yirda, 2023). Esta ciencia enseña al individuo a pensar de manera lógica, desarrollando habilidades para resolver problemas y tomar decisiones. Las habilidades numéricas son consideradas esenciales en muchos casos (Yirda, 2023).

Al integrar la fotografía con la Matemática, los estudiantes pueden aprender conceptos como planos cartesianos y reglas de los tercios de manera diferente. Se integran figuras geométricas en el triángulo de iluminación, se utiliza la velocidad para ajustar los parámetros de la cámara y todos los parámetros son fracciones. El fotómetro se compara con una recta numérica para medir la luz entrante en la cámara. La ley de reciprocidad indica la exposición de una fotografía con relación a la luz incidente, obtenida multiplicando intensidad y tiempo. También se trabaja la profundidad de campo mediante diferentes instrumentos de medición. Al utilizar la estrategia de la fotografía para mejorar el rendimiento académico en Matemática, se brinda a los estudiantes la oportunidad de aprender de manera diferente (Rodríguez, 2023). Integrando la fotografía, los estudiantes pueden desarrollar habilidades como trazar la trayectoria de objetos en movimiento y estimar distancias. También pueden aplicar conceptos matemáticos en informática y Arte, así como calcular proporciones y distancias, y comprender aplicaciones del álgebra en la vida cotidiana, como en el desarrollo de tecnología digital (Rodríguez, 2023).

La integración con la música, al igual que con la fotografía, promueve la concentración y permite que la mente profundice en la interioridad del individuo (Rodríguez, 2023). Escuchar música agudiza el sentido del ritmo y hace que las personas sean más perceptivas. Las canciones también facilitan la expresión de sentimientos de manera sensorial y rítmica (Rodríguez, 2023). En relación con la conexión entre la música y la Matemática, Lluís-Puebla (2002) realizó un estudio exhaustivo sobre el tema. Señaló que, para algunos teóricos, la música es un ejercicio inconsciente en la aritmética. Se investigó la posible integración entre

ambas disciplinas a través del "juego de dados musical de Mozart". Se estudiaron los elementos musicales en relación con la Matemática, como la armonía, sucesión, repetición y regularidades, considerándolos como estructuras globales conectadas con datos locales (Lluís-Puebla, 2002). También la estética musical, la teoría vibracional y la Matemática recreativa, según los resultados de Lluís-Puebla, existe una relación entre la música y la Matemática como medio, pero no como fin. Se considera que la Matemática es una de las Bellas Artes que posee el don de todas las Ciencias, ya que ambas comparten características similares y deben disfrutarse de pensamiento a pensamiento.

Desde tiempos antiguos, el teatro ha sido un vehículo importante de expresión para comunicar, informar, entretener y enseñar rituales y tradiciones culturales (Rivera Rivera y Colón Velez, 2014), el teatro también ha sido una valiosa herramienta pedagógica que enriquece el proceso de enseñanza en el aula, ayudando a los estudiantes a comprender de manera más concreta los conceptos matemáticos abstractos. Piaget sugiere que, a partir de los 12 años, los estudiantes pueden realizar cálculos y tareas de Matemática a un nivel de abstracción más alto (Fenson et al., 1976). El uso del teatro como herramienta pedagógica desarrolla imágenes creativas y agudiza la memoria de los conceptos matemáticos, lo que les permite abordar situaciones más abstractas (Rivera Rivera y Colón Vélez, 2014). Además, se utiliza para ayudar a grabar mensajes en la mente del estudiante y desarrollar la memorización, así como para promover un mayor análisis en estadísticas (Rivera Rivera y Colón Vélez, 2014).

Según Solís (2018), el teatro como recurso didáctico puede desempeñar dos roles distintos dependiendo de la función del estudiante: activo, como participante-actor, o pasivo, como receptor-espectador. En la enseñanza de lenguas extranjeras, el teatro como acción facilita la incorporación de diversas prácticas de dramatización en el aula propuestas por los métodos y llevadas a cabo por el estudiante/actor. Solís (2018) señala que el teatro, como modelo sociocultural y lingüístico, puede ser utilizado como material para el aprendizaje del español como lengua extranjera, a través de situaciones dramatizadas y representaciones teatrales donde el estudiante adopta el rol de receptor/espectador. El teatro se convierte así en una herramienta educativa para fomentar la creatividad, interpretación, memoria y habilidades expresivas y personales, todas fundamentales para la comunicación humana.

El enfoque del aprendizaje a través de las Artes (fotografía, música y teatro) se centra en el proceso más que en el resultado, lo que fomenta la creatividad individual y grupal y promueve la integración a través del juego dramático, fortaleciendo el vínculo y la confianza personal. En resumen, estas disciplinas contribuyen al desarrollo cognitivo e integral de los estudiantes al integrar diversas ramas del conocimiento (Rivera Rivera y Colón Vélez, 2014).

3. DISCUSIÓN

El constructivismo y la fenomenología ofrecen perspectivas significativas en la enseñanza de la Matemática, considerándola una creación humana influenciada por contextos culturales y procesos individuales de aprendizaje. El constructivismo, según Piaget, sostiene que el conocimiento se construye a partir de experiencias previas mediante asimilación y acomodación, lo que implica que el ambiente y la interacción social juegan roles cruciales en el desarrollo cognitivo. Esto es respaldado por estudios que muestran cómo el conocimiento matemático, especialmente geométrico, es esencial para la vida cotidiana y debería integrarse en el currículo educativo.

Los estudios también sugieren que la integración del Arte con la Matemática puede mejorar la motivación y el rendimiento académico de los alumnos. Martínez Vela (2018) destaca cómo el Arte fomenta el desarrollo de un razonamiento deductivo y habilidades sensoriales, mientras que Guirles (2002) subraya la importancia de adaptar los métodos de enseñanza a los ritmos individuales de aprendizaje. Quintana (2019) corrobora la conexión entre Arte y Matemática, sugiriendo que esta integración facilita una comprensión más profunda y significativa de los conceptos.

La fenomenología, por su parte, aporta un enfoque en la percepción y la intencionalidad en el aprendizaje, argumentando que la enseñanza debe ir más allá de la retórica y las reglas para mostrar verdades universales y necesarias. Este enfoque es fundamental para comprender cómo los profesores perciben la integración del Arte en la Matemática y su impacto en la motivación y el rendimiento de los alumnos. En cuanto al rendimiento académico en Matemática, se ha observado que estrategias didácticas efectivas y un entorno de aprendizaje adaptado a las necesidades individuales pueden mejorar significativamente los resultados. Datos del Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) y estudios como los de Padilla y Ortiz (2016) demuestran que la integración de las Artes en el currículo puede tener un efecto positivo en el desarrollo de habilidades académicas.

La integración de la música, la fotografía y el teatro con la Matemática se presenta como una estrategia educativa efectiva para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes. Estudios como el de Palacios (2006) resaltan la conexión entre la música y la Matemática, destacando cómo la música puede activar procesos cognitivos y emocionales, mientras que otros como el de Harker (2020) muestran cómo la fotografía puede enseñar conceptos matemáticos como la geometría y la proporción. Asimismo, investigaciones como la de Rivera Rivera y Colón Velez (2014) sugieren que el teatro puede ser una herramienta pedagógica efectiva para enseñar estadísticas y mejorar el rendimiento académico en Matemática. En conjunto, estos estudios respaldan la idea de que la integración de las Artes con la Matemática no solo beneficia el aprendizaje académico, sino que también promueve un desarrollo cognitivo y creativo más completo en los estudiantes.

4. REFERENCIAS

1. AGUIRRE, E. Y CENICEROS, B.I. (2020). *Fronteras, expresiones artísticas y espacio público*. Ciudad Juárez, Chihuahua: Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.
2. ALA-MUTKA, K. (2011). *Mapping digital competence: Towards a conceptual understanding*. Technical Report. Report number: JRC67075. Affiliation: European Commission. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18046.00322>
3. AYALA-CARABAJO, R (2017). *Retorno a lo esencial: Fenomenología Hermenéutica Aplicada desde el enfoque de Max van Manen (Spanish Edition)*. Caligrama. ISBN-10:8417234179. ISBN-13: 978-8417234171
4. BELTRÁN, F. (2022). *Habilidades del siglo XXI - Cómo ayudarlos a desarrollarlas*. <https://www.berlitz.com/es-cl/blog/habilidades-del-siglo-xxi>
5. BEST, J. W., Y KAHN, J. V. (2006). *Research in education (10th ed.)*. Boston, MA: Pearson Education Inc.
6. BOTELLA N., Y VALERO, J. R. (2018). La integración de las artes a través de una propuesta didáctica en educación secundaria obligatoria: Música, plástica y expresión corporal. *Vivat Academia*, (142), 109-122. <https://doi.org/10.15178/va.2018.142.109-123>
7. CARABALLO-CUETO, J. (2020). *Aprovechamiento Académico y el Cierre de Escuelas en Puerto Rico*. https://www.researchgate.net/publication/343636485_aprovechamiento_academico_y_el_cierre_de_escuelas_en_puerto_rico
8. CARRERA, E. F. DE, Y CASIMIRO, A. P. B. S. (2017). La matemática y su interrelación con el arte y otras disciplinas. *Revista Binacional Brasil-Argentina: Dialogue Between the Sciences*, 6(2), 205-215. <https://doi.org/10.22481/rbba.v6i2.3670>
9. CASALS IBÁÑEZ, A., CARRILLO AGUILERA, C., GONZÁLEZ-MARTÍN, C. (2014). La música también cuenta: Combinando matemáticas y música en el aula. *Revista Electrónica Europea de Música en la Educación (LEEME)*. <https://ojs.uv.es/index.php/LEEME/article/download/9861/9280>
10. CASTILLO SANGUINO, N. (2020). Fenomenología como método de investigación cualitativa: Preguntas desde la práctica investigativa. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social – ReLMIS*, N°20, Año 10, pp. 7-18. https://www.researchgate.net/publication/344659548_Fenomenologia_como_metodo_de_investigacion_cualitativa_preguntas_desde_la_practica_investigativa
11. CASTRO QUESADA, C. Y ARGUEDAS BONILLA, J. (2017). *Las artes plásticas, la expresión corporal y la educación musical... más allá del aula*. Colección Yigüirro. ISBN: 97899685270881 <http://repositorio.inie.ucr.ac.cr/handle/123456789/385>

12. CODINA, R. Y FLAMARICH, B. (2017). Foto-educación matemática: dejemos que las fotografías entren en nuestras aulas. Contribución a actas de congreso Educación primaria, escuela elemental (6 a 12 años), Educación superior, formación de pregrado, formación de grado.
13. CUMMINS P. Y KUNKEL S. (2015). A global examination of policies and practices for lifelong learning. *New Horizons in Adult Education y Human Resource Development*, 27(3), 3-17. <https://doi.org/10.1002/nha3.20107>
14. DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN. Perfil Escolar (2018). DEPR. <https://schoolreportcard.azurewebsites.net/>
15. DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN (2018). Ley de Reforma Educativa (Ley 85) <https://de.pr.gov/wp-content/uploads/2022/06/ley-de-reforma-educativa-de-puerto-rico.pdf>
16. DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN Perfil Escolar de Puerto Rico (2019- 2020). <https://perfilescolar.dde.pr/>
17. DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO, (2021). Plan Estratégico 2021-2022. <https://de.pr.gov/wp-content/uploads/2021/08/de-plan-estrategico-2021-2026-rev.pdf>
18. DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN (2019). Carta Circular núm 06,2019-2020. <https://intraedu.dde.pr/Cartas%20Circulares/CARTA%20CIRCULAR%2006-2019-2020.pdf?Mobile=1&Source=%2F%5Flayouts%2Fmobile%2Fdispform%2Easpx%3FList%3Dfc05824c%252Df373%252D4b77%252Dad1a%252D86b9bdf5b34e%26View%3D9ed2e7b2%252Dfcb7%252D47c9%252D9009%252D53ce22be01c5%26ID%3D416%26CurrentPage%3D1>
19. EL NUEVO DÍA (2012). El arte en las matemáticas. <https://www.elnuevodia.com/noticias/locales/notas/el-arte-en-las-matematicas/>
20. ENCALADA DÍAZ, I. A. (2021). Aprendizaje en las matemáticas. La gamificación como nueva herramienta pedagógica. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 5(17), 311-326. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i17.172>
21. ESCUELA LUIS FELIPE "PIPO" CRESPO. (2023). Arte con Sentido Educando con Propósito - Escuela Luis Felipe "Pipo" Crespo. Facebook. <https://www.facebook.com/profile.php?id=100092722504745>
22. ESTÉVEZ PICHES, M.A. Y ROJAS VALLADARES, A. L. (2017). La educación artística en la educación inicial.: un requerimiento de la formación del profesional. *Revista Universidad y Sociedad*, 9(4), 114-119. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202017000400015&lng=es&tlng=es

23. FENSON, L., KAGAN, J., KEARSLEY, R. B., Y ZELAZO, P. R. (1976). The Developmental Progression of Manipulative Play in the First Two Years. *Child Development*, 47(1), 232–236. <https://doi.org/10.2307/1128304>
24. FERNÁNDEZ DE CARRERA, E., y Bittencourt Santos Casimiro, A. P. (2017). La Matemática y su Interrelación con el Arte y Otras Disciplinas. *Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo Entre As Ciências*, 6(2), 205-2015. <http://dx.doi.org/10.22481/rbba.v6i2.3670>
25. FUSTER-GUILLÓ, A., AZORIN-LOPEZ, J., JIMENO-MORENILLA, A., SAVAL-CALVO, M., GARCIA-RODRIGUEZ, J., MORA, H., PUJOL, F.A., SANCHEZ-ROMERO, J.L., VILLENA, V., GARCIA-GARCIA, A. Y MOLLÁ, R. (2019). Introducción de técnicas de gamificación para la mejora de la motivación y el proceso enseñanza/aprendizaje en ingeniería informática. Memorias del Programa de Redes-I3CE de calidad, innovación e investigación en docencia universitaria. Convocatoria 2018-19. ISBN: 978-84-09-15746-4. <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/101668/1/Memories-Xarxes-I3CE-2018-19-118.pdf>
26. GAAB, N. Y ZUK, J. (2017). Is There a Link between Music and Math? *Scientific American*. <https://www.scientificamerican.com/article/is-there-a-link-between-music-and-math/>
27. GALLARDO-LÓPEZ, J. A. (2021). El arte como herramienta educativa para la interculturalidad y la diversidad: proyectos socioeducativos de éxito en España y Argentina. Conference paper. <https://www.researchgate.net/publication/351658626>
28. GARDNER, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. Basic Books.
29. GONZÁLEZ ALDANA, F. (2020). La matemática y el arte en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Sección 2. Propuestas para la enseñanza de las Matemáticas, 33. <https://core.ac.uk/download/pdf/328838694.pdf>
30. GORDON, L. (2009) *Dorothea Lange: A Life Beyond Limits*. Publisher: W. W. Norton & Company; First Edition (October 19, 2009). 978-0393057300
31. GRAZIANO, K. J., HERRING, M. C., CARPENTER, J. P., SMALDINO, S. Y FINSNESS, E. S. (2017). A TPACK Diagnostic tool for teachers' education leaders. *TechTrends*, 61(4), 372-379. <https://doi.org/10.1007/s11528-017-0171-7>
32. GUIRLES, J. R. G. (2002). El constructivismo y las matemáticas. *Sigma: revista de matemática=matematika aldizkaria* (21), 113-129. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=803855>
33. HAMODI, C. Y JIMÉNEZ, L. (2018). Modelos de prevención del bullying. ¿Qué se puede hacer en educación infantil? *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH* 9(16), 29-50. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6557522.pdf>

34. HARKER, S. (2020). The Golden Ratio/Fibonacci Sequence: What It Means to Photographers. *Phlearn Magazine*. <https://phlearn.com/magazine/golden-ratio-fibonacci-sequence-photographers/>
35. HECKMAN, J., HUMPHRIES, J., AND KAUTZ, T. (2013) *The Myth of Achievement Tests: The GED and the Role of Character in American Life*. The University of Chicago Press 2023.
36. HOFMEYER, A., SHEINGOLD, B. H., KLOPPER, H. C. Y WARLAND, J. (2015). Leadership in Learning and Teaching in Higher Education: Perspectives of Academics in Non-Formal Leadership Roles. *Contemporary Issues in Education Research (CIER)*, 8(3), 181–192. <https://doi.org/10.19030/cier.v8i3.9348>
37. HUSSERL, E. (1950). *Husserliana : gesammelte Werke*. Den Haag: M. Nijhoff.
38. INTERCOMMUNI. (2023). Integración de las artes en la escuela: 10 razones por las que es Importante. *Interchanges*. <https://interchang.es/integracion-de-las-artes-en-la-escuela-10-razones-por-las-que-es-importante/>
39. JACHIMOWICZ, J. M., WIHLER, A., BAILEY, E. R., Y GALINSKY, A. D. (2018). Why grit requires perseverance and passion to positively predict performance. *PNAS Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 115(40), 9980–9985. <https://doi.org/10.1073/pnas.1803561115>
40. KUH G.D., KINZIE, J., SHU J.H., Y WHITT E.J. (2008). *Student success in college: Creating condition that matter*. Hoboken, NY: Jossey Bass. ISBN: 9780787979140
41. KULSTAD M., CARLIN, M., AND CARLI, L. (2020) "Leibniz's Philosophy of Mind", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), <https://plato.stanford.edu/archives/win2020/entries/leibniz-mind/>
42. LLUIS-PUEBLA, E. (2002). La matemática en la música. *Pro-Matemática*, 16(31-32), 129-143. <https://revistas.pucp.edu.pe/index.php/promathematica/article/view/8188>
43. LÓPEZ, A. Y COLÓN C. (2011). Integración de las Artes Visuales al Currículo Académico. UPRRP. <https://cie.uprrp.edu/proyectos/integracion-de-las-artes-al-curriculo-proyecto-para-el-desarrollo-profesional-de-maestrosas/>
44. LÓPEZ, A. Y COLÓN, C. (2011). *Integración de las Artes Visuales al Currículo Académico*. UPRRP. <https://cie.uprrp.edu/proyectos/integracion-de-las-artes-al-curriculo-proyecto-para-el-desarrollo-profesional-de-maestrosas/>
45. MAÑERO, J., (2021). Educación artística, intercreatividad y postdigitalidad: Reflexión crítica sobre sus relaciones y procesos en tiempos del covid-19. *Educación artística: revista de investigación*, (12), 76-88. <https://doi.org/10.7203/eari.12.20717>
46. MARTÍNEZ VELA, I.M. (2018). *La enseñanza de la matemática a través del arte: la pintura y el aprendizaje de la Geometría en el segundo ciclo de Educación Infantil*. Propuesta de Intervención Educativa. (Trabajo Fin de Grado Inédito). Universidad de Sevilla, Sevilla. <https://hdl.handle.net/11441/81801>

47. MONTAGUD, N. (2019). Fenomenología: Qué es, concepto y autores principales. *Psicología y Mente*.
https://psicologiaymente.com/cultura/fenomenologia#google_vignette
48. ORTIZ-MENDOZA, G. J., Y GUEVARA-VIZCAÍNO, C. F. (2021). Gamificación en la enseñanza de Matemáticas. *Revista de Investigación en Educación*, 11(2), 123-138.
<http://dx.doi.org/10.35381/e.k.v4i8.1351>. <http://dx.doi.org/10.35381/e.k.v4i8.1351>
49. PADILLA, W. I., Y ORTIZ, J. (2018). Efecto de la Integración de las Artes Visuales en el Desarrollo de la Lectura y la Escritura. *Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa*, 11(1). <https://doi.org/10.15366/riee2018.11.1.005>
50. PALACIOS, L (2006). El valor del arte en el proceso educativo. Redalyc. Sistema de Información Científica. Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34004607>
51. PALEY, J. (2016). *Phenomenology as qualitative research: a critical analysis of meaning attribution*. London: Routledge.
52. PAMPLONA, J., CUESTA, J.C. Y CANO, V. (2019). Estrategias de enseñanza del docente en las áreas básicas: una mirada al aprendizaje escolar. *Revista Eleuthera*, 21, 13-33.
<https://doi.org/10.17151/eleu.2019.21.2>.
53. PARRA, K. (2017). Aplicación del Método Fenomenológico para comprender las reacciones emocionales de las familias con personas que presentan necesidades educativas especiales. *Revista de Investigación*, 91(41), 99-123.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376156277007>
54. PÉREZ, M. (2022). *Definición de Arte*. <https://conceptdefinicion.de/arte>
55. PIAGET, J. (1969). *Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Ariel.
56. QUINTANA, F.H. (2019). La relación “Arte-Matemáticas” como contexto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Estudio del trabajo de la artista Cornelia Vargas. Trabajo de grado. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-relacion-arte-matematicas-como-contexto-de-ensenanza-y-aprendizaje-de-las-matematicas-estudio-del-trabajo-de-la-artista-cornelia-vargas-koch/>
57. RAMÍREZ, J. P. (2021). Capacitación en Educación Artística de Docentes en Nivel Primaria dentro de las Escuelas Públicas Mexicanas. *El Artista*, (18). Universidad de Guanajuato, México. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=87466606010>
58. RECASENS BELENGUER, L, MARÍN SUELVEZ , D. Y GABARDA MÉNDEZ, V. (2022). El teatro como herramienta para el desarrollo de las habilidades sociales y la inclusión educativa. *Revista Española de Orientación y Psicopedagogía* 33(1):128-147.
<https://doi.org/10.5944/reop.vol.33.num.1.2022.33770>

59. REGADER, B. (2021). *La Teoría del Aprendizaje de Jean Piaget*. Repasamos los conceptos clave "de la Teoría del Aprendizaje del psicólogo suizo Jean Piaget." *Psicología y mente*, 6.
60. RIVERA RIVERA, E., Y COLÓN VELEZ, W. (2014). El uso del teatro como herramienta didáctica en la enseñanza de la estadística. *CUADERNO DE INVESTIGACIÓN EN LA EDUCACIÓN*. ISSN 1540-0786, 29, 47-58
61. ROBERTS, G. E. (2016). *From music to mathematics: Exploring the connections*. Johns Hopkins University Press.
62. RODRÍGUEZ, C. (2023). La fotografía como arte: desafiando la imaginación. <https://alphauniverse-latin.com/notas/la-fotografia-como-la-fotografia-coarte-desafia>
63. SALDARRIAGA-ZAMBRANO, P.J., BRAVO-CEDEÑO, G. DEL R., LOOR-RIVADENEIRA, M. (2016). *La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea.*, *Dominio De Las Ciencias*, 2 (3 Especial), 127–137.
<https://doi.org/10.23857/dc.v2i3Especial.298>
64. SANZ CHACON, C. (2014) La Maldición De La Inteligencia: Cómo lograr que ser superdotado sea una ventaja y no un problema. Publicado por Plataforma Editorial en septiembre 2014. 978-8416096824
65. SAUTOY, M. (2016). Las matemáticas escondidas en las grandes obras de arte. https://www.bbc.com/mundo/especial/vert_cul/2016/03/160317_vert_matematica_e_n_obras_de_arte_yv
66. SOLÍS, R. (2018). *El teatro como estrategia didáctica en la enseñanza*. ELE: Aspecto teóricos. Conferencia. Universidad las Palmas.
https://www.researchgate.net/publication/329076168_El_teatro_como_estrategia_didactica_en_la_ensenanza_ELE_Aspectos_Teoricos
67. SOUSA (2011). *How the Brain Learns*. Corwin Press, 321 p.
68. UKOBIZABA, F., Nizeyimana, G., y Mukuka, A. (2021). Assessment Strategies for Enhancing Students' Mathematical Problem-solving Skills: A Review of Literature. *Journal of Educational Research and Practice*, 12(3), 123-138.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/9728>
69. WOLLENBERG, S. (2003). Music and mathematics: An overview. *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals* (pp. 1–9). Oxford Academic.
<https://doi.org/10.1093/oso/9780198511878.003.0001>
70. YIRDA, A. (2023). Definición de Matemática. Concepto. Definición.
<https://conceptodefinicion.de/matematica/>
71. ZAPATA, P. (2016). La gestión de la tecnología en la educación superior. Estrategias para transformar la enseñanza y el aprendizaje. A.W. (Tony) Bates y Albert Sangrà. "(PDF) Octaedro, ICE-UB. (2012). 303 p. P.P.D.Q. Boletín.
<https://doi.org/10.17227/PPDQ.2015.num54.4098>